$\sqrt{2}$ ist keine rationale Zahl

Beweis (des Euklid):

(1) Angenommen, $\sqrt{2}$ ist rational, also $\sqrt{2}$ = p/q mit ganzen Zahlen p und q, q ist ungleich 0

(2) p und q haben keinen gemeinsamen Teiler, insbesondere sind **nicht** beide Zahlen gerade (durch 2 teilbar)

(3) wir quadrieren beide Seiten der Gleichung und erhalten $2 = p^2/q^2$

(4) wir multiplizieren beide Seiten der Gleichung mit q^2 und erhalten $2 * q^2 = p^2$

(5) daraus folgt p^2 ist ein Vielfaches von 2, also eine gerade Zahl

(6) daher ist auch p eine gerade Zahl (durch 2 teilbar, ein Vielfaches von 2)

(7) wir können also setzen $p = 2 * r$

(8) setzen wir dies in die Gleichung in (4) ein ergibt sich $2 * q^2 = (2 * r)^2$ bzw.
Nach Umformen $q^2 = 2 * r$

(9) daraus folgt q^2 ist ein Vielfaches von 2, also eine gerade Zahl

(10) daher ist auch q eine gerade Zahl (durch 2 teilbar, ein Vielfaches von 2)

(11) die Aussagen (6) und (10) sagen aber nun, dass p und q beide gerade sind

(12) dies ist ein **Widerspruch** zur Aussage (2)

(13) daher muss unsere Annahme aus (1), dass $\sqrt{2}$ rational, d.h. als Bruch darstellbar ist, falsch gewesen sein und das Gegenteil die Aussage „$\sqrt{2}$ ist irrational“ ist demnach richtig.